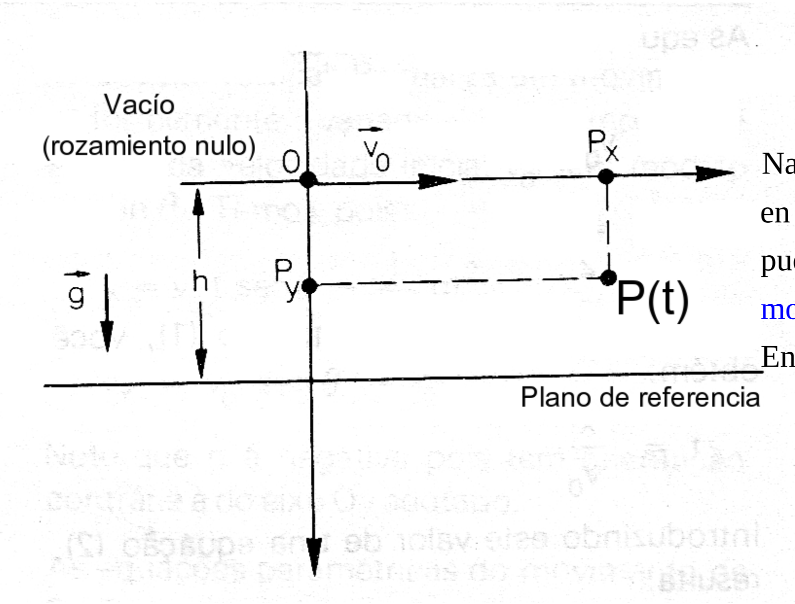
Movimiento Compuesto

Cuando un cuerpo realiza un movimiento complejo, éste se puede analizar más fácilmente descomponiéndolo en movimientos más simples, de modo que el movimiento en estudio sea una combinación de esos movimientos más simples.

Lanzamiento Horizontal

Sea un cuerpo lanzado con velocidad horizontal $\vec{v}_0$ desde un punto 0 situado a una altura h con respecto al piso.
Admitiremos que el movimiento del punto P es la composición de los movimientos realizados por las proyecciones P_x y P_y del punto P sobre los ejes x e y.



Nada se opone al movimiento de P_x, no hay aceleración en ese eje (consideramos rozamiento nulo),entonces se puede afirmar que la proyección P_x realiza un movimiento uniforme en la dirección horizontal.
En el eje horizontal x tenemos:

$$x = v_0 . t$$

Como $\vec{v}_0$ no tiene componente en la dirección vertical,podemos decir que la componente P_y realiza un movimiento rectilíneo acelerado a lo largo del eje y (partiendo del reposo).

En el eje vertical y:

$y = \dfrac{g.t^2}{2}$ (posición con respecto al punto de lanzamiento en función del tiempo)

$v_y = g.t$ (velocidad en el eje y en función del tiempo)

Tenemos las ecuaciones horarias de la posición:

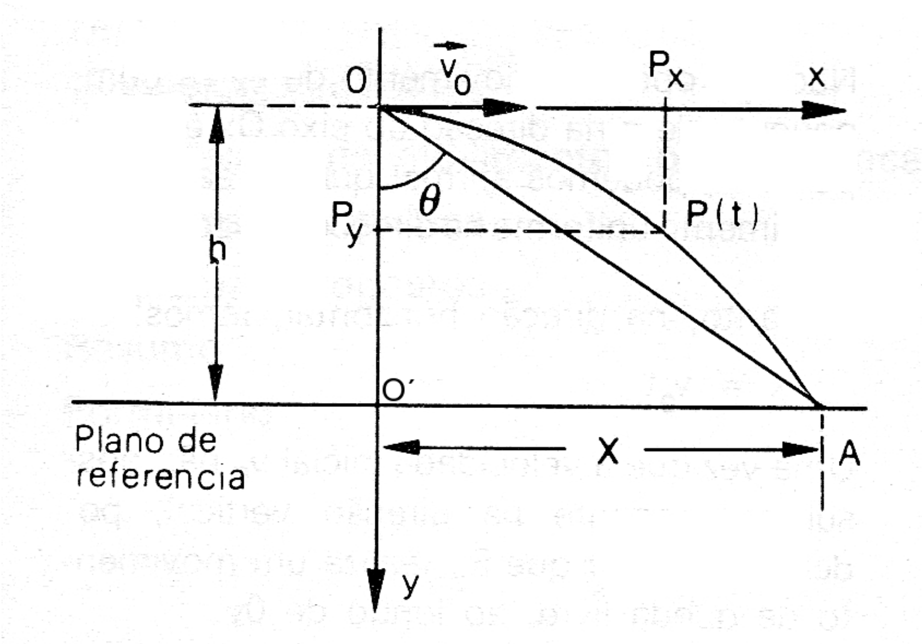
$$x = v_0 . t \quad ; \quad y = \frac{g.t^2}{2}$$

Eliminamos el tiempo t entre las dos ecuaciones anteriores:

$$x = v_0.t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{x}{v_0}$$ lo sustituimos en la ecuación de y

$$y = \frac{g.\left(\frac{x}{v_0}\right)^2}{2} = \frac{g}{2.v_0^2} \, . \, x^2$$ (ec. de una parábola,de 2º grado en x)

Es la ecuación de la trayectoria del cuerpo P, ecuación de una parábola.El tiempo en ir P_x desde 0´ a A es El mismo que le lleva a P_y ir desde 0 a 0´, o sea en recorrer la altura h.
Llamaremos a ese tiempo $t_{caida} = t_c$



Volviendo sobre las ecuaciones anteriores nos queda:

$$h = \frac{g.t_c^2}{2} \quad \Rightarrow \quad t_c = \sqrt{\frac{2.h}{g}}$$

$$\boxed{t_c = \sqrt{\frac{2.h}{g}} \quad \text{(tiempo que le lleva llegar al suelo)}}$$

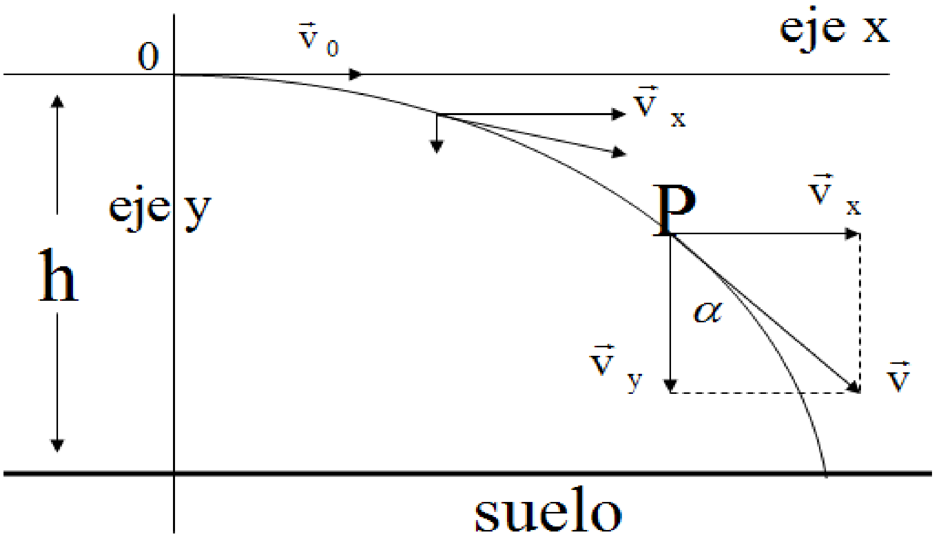
Cálculo de la distancia 0´A (que llamaremos ALCANCE)

$$x = v_0 \, . \, t_c = v_0 \, . \sqrt{\frac{2.h}{g}}$$

Volvamos sobre la parábola que el proyectil describe. La figura que sigue muestra que el vector velocidad de la partícula, en la posición genérica P, es tangente a la trayectoria del mismo, sus componentes

$\vec{v}_x$ y $\vec{v}_y$ tienen módulos

$$v_x = v_0 \quad y \quad v_y = g.t$$



Si queremos la velocidad total

$$\vec{v} = \vec{v}_x + \vec{v}_y$$

y como las componentes son perpendiculares tenemos

$$v^2 = v_x^2 + v_y^2 = v_0^2 + (g.t)^2$$

De donde la velocidad total tendrá un módulo:

$$v = \sqrt{v_0^2 + (g.t)^2}$$

Por otro lado la dirección del vector $\vec{v}$ está dada por:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_x}{v_y} = \frac{v_0}{g.t}$$

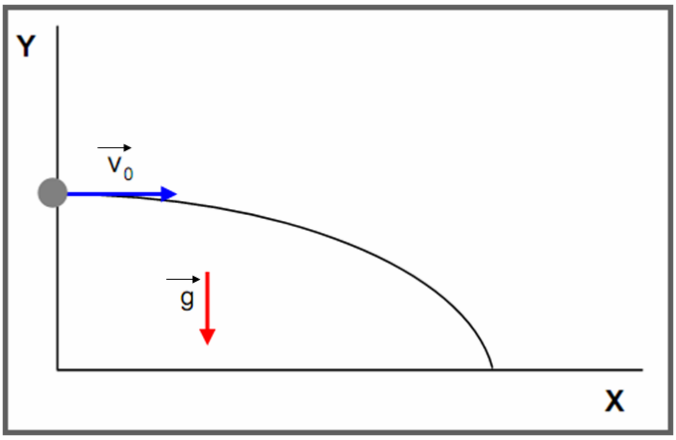
RESUMIENDO

Dicho movimiento tiene lugar cuando un cuerpo (sometido a la aceleración gravitatoria) es lanzado con una cierta velocidad $\vec{v}_0$ en dirección paralela al suelo.

El movimiento resultante es la composición de dos movimientos:

Uno uniforme en el eje X

Uno uniformemente acelerado en el eje Y



Ecuaciones

Eje X:

$v_x = v_0 = cte.$

$x = x_0 + v_x\,t$

Eje Y

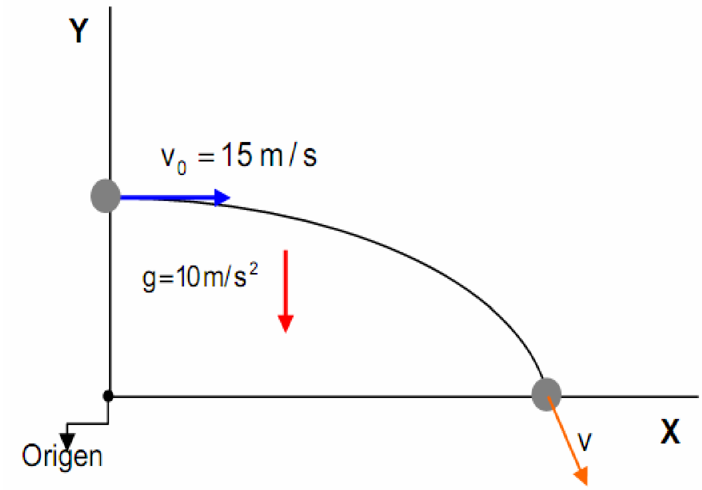
$v_y = -gt$

$y = y_0 - 1/2\,g\,t^2$

Ejemplo :

Desde la ventana situada a 20 m sobre el suelo se lanza horizontalmente un objeto con una velocidad de 15 m/s. Determinar:

a) Las ecuaciones que describen el movimiento del objeto.
b) El punto en que toca el suelo.
c) La velocidad con que llega al suelo.



Tomado como origen el de los ejes coordenados y considerando positivo hacia la derecha y hacia arriba:

$x_0 = 0$

$v_0 = 15$ m/s

$y_0 = 20$ m

$g = -\ 10$ m/s^2

Ecuaciones

Eje X:

$v_x = v_0 = 15$

$x = 15\,t$

Eje Y:

$v_y = -\ 10\,t$

$y = 20 - 5\,t^2$

Cuando toca el suelo y = 0.

Luego : $0 = 20- 5\ t^2$.

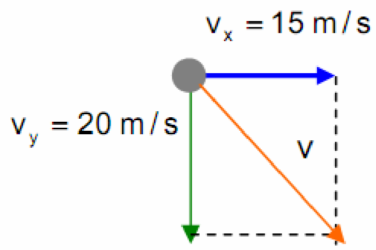
$$t = \sqrt{\frac{20}{5}} = 2\ s$$

Tiempo que el objeto tarda en llegar al suelo(solamente se considera el resultado con signo positivo).

Para calcular la distancia a la que toca el suelo se calcula el valor de la componente x para t = 2 s.

$$x_{(t = 2)} = 15.\ 2 = 30\ m.$$

Cuando toca el suelo el vector velocidad tendrá como componentes:



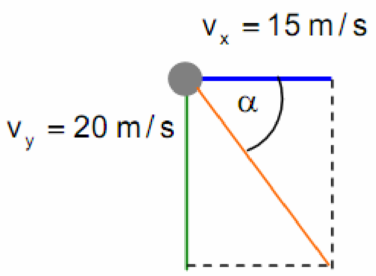
$v_x = v_0 = 15$ m/s

$v_y = -\ 10\ .\ 2 = -\ 20$ m/s. El signo menos indica que apunta hacia abajo.

Por tanto:

$$v = \sqrt{{v_x}^2 + {v_y}^2} = \sqrt{15^2 + 20^2} = 25\ \frac{m}{s}$$

También se puede calcular el ángulo que el vector velocidad forma con la horizontal en el momento de llegar al suelo:



$$tg\ \alpha = \frac{20}{15} = 1{,}333\ ;\ \alpha = 53{,}1^0$$

Para calcular el ángulo correspondiente a la tangente usar la función inv tan ó $\tan^{-1}$ de la calculadora.